

# Bevezető analízis gyakorló feladatsor

2018/2019. 1. félév

1. A tengeren 10 tengerész hajózik és 5 kikötőnél lehet megpihenni. Azt, hogy egy  $T$  tengerész megpihent egy  $K$  kikötőben a  $P(T, K)$  formulával jelöljük. Írjuk le a következő állításokat szöveggel. Mi a logikai kapcsolat az alábbi kijelentések között, azaz következik-e **P**-ből **Q**, következik-e **Q**-ből **P**?

$$\mathbf{P}: \forall K \exists T : P(T, K).$$

$$\mathbf{Q}: \exists T \forall K : P(T, K).$$

2. Igazoljuk, hogy minden  $n \geq 1$  egész számra

$$1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 2\sqrt{n}.$$

3. Bizonyítsuk be, hogy az  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$  szám irracionális!
4. Tudjuk, hogy az  $a, b, c$  pozitív számokra  $abc = 18$ . Határozzuk meg az  $a, b$  és  $c$  értékét úgy, hogy a  $2a + b + c$  kifejezés értéke minimális legyen.
5. Döntsük el a  $H = \{x \in \mathbb{R} : x > \sqrt{3}\}$  halmazról, hogy alulról korlátos-e, felülről korlátos-e, van-e legkisebb eleme, van-e legnagyobb eleme.