Egyváltozós analízis gyakorlat

2018/2019. 2. félév

1. alkalom (február 15.)

- Gyakorlati tudnivalók megbeszélése: elérhetőség, segédanyag, ajánlott irodalom, ZH időpontok, tematika.
- Elmélet: függvények alaptulajdonságai témakörén belül megbeszéltük, hogy mit jelent, hogy egy függvény injektív, szürjektív, monoton nő, monoton csökken, páros, páratlan, periodikus, konvex, konkáv és felelevenítettük az egész és tört rész fogalmakat.
- Injektív, szürjektív: megnéztük, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x$, $g : [2, \infty] \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - 2x$, $h : [1, \infty] \to [-1, \infty)$, $h(x) = x^2 - 2x$ függvények injektívek, szürjektívek-e.
- Monoton nő, monoton csökken: igazoltuk, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$ nem monoton nő és a $g : (-\infty, 0] \to \mathbb{R}$, $g(x) = |x|$ függvény monoton csökken.
- Páros, páratlan: megnéztük, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^4$, $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^3$ függvények párosak, páratlanok-e.
- Periodikus, egész és tört rész: beláttuk, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$ függvény nem periodikus. Kiszámoltuk pár szám egész és tört részét, ezután megvizsgáltuk, hogy a tört rész függvény periodikus-e.
- HF: igazolni, hogy az $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x}$ függvény konvex.

2. alkalom (február 28.)

- Elemi függvények: átismételtük az elemi függvények (hatványfüggvény, exponenciális, logaritmus és trigonometikus függvény) alaptulajdonságait.
- Folytonosság: a definíció átismétlése után megoldottuk a kiegészítő példatár 1.14., 1.15. feladatit. Ezután megoldottuk a feladatgyűjtemény 3.218., 3.220., 3.222. és a kiegészítő példatár 1.49., 1.50. a, b, 1.51. feladatait. Végül a Bolzano tétel alkalmazására néztünk egy példát.
- Határérték: a definíció felelevenítése után megmutattuk, hogy $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x} = 0$ és HF-nak adtam meggondolni, hogy mit jelent, hogy $\lim\limits_{x\to\infty} x^2 = \infty$. Ezután megoldottuk a 3.136., 3.144., 3.145., 3.152., 3.169. feladatokat. Végül kritikus határértékekre néztünk példákat.

- HF: kiegészítő példatár 1.16., átviteli-elv segítségével igazolni, hogy nem létezik a $\lim_{x\to\infty} \sin x$ határérték.

3. alkalom (március 22.)

- HF megbeszélése: megmutattuk az átviteli-elv segítségével, hogy nem létezik a $\lim_{x\to\infty} \sin x$ határérték. Ennek kapcsán beláttuk, hogy tetszőleges nem konstans periodikus függvénynek nem létezik a végtelenben határértéke.
- Határérték: nevezetes határértékek segítségével megoldottuk az 1.87., 1.88., 1.95., 1.96., 1.97. és 1.101. feladatokat.
- Inverz: az inverz fogalmának átismétlése után meghatároztuk az $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, $g\colon [2,\infty) \to \mathbb{R}$, $g(x) = x^2 - 4x$ függvények inverzeit.
- Trigonometrikus függvények inverzei: definiáltuk a trigonometrikus függvények inverzeit és felrajzoltuk a grafikonjaikat.

4. alkalom (április 11.)

- 1. ZH.
- Differenciálszámítás: emlékeztettem arra, hogy mit jelent, hogy egy f függvény az a pontban differenciálható. Ezután definíció alapján megbeszéltük az x^n (n pozitív egész) és $\sqrt{x}$ függvények differenciálhatóságát. Megbeszéltük az elemi függvények deriváltjait és a műveleti szabályokat. Átismételtük az inverz differenciálhatóságára vonatkozó tételt, amelynek segítségével levezettük az arctan függvény deriváltját. A tétel egy további alkalmazásaként megoldottuk a 4.98., 4.99. feladatokat. Ezután az elemi függvények és műveleti szabályok alkalmazásaként megoldottuk a 4.52., 4.53., 4.55., 4.56., 4.57., 4.60., 4.61. feladatokat.
- Differenciálszámítás alkalmazásai: megoldottuk a 4.155. feladatot. Felelevenítettük, hogy mi köze egy függvény deriváltjainak a monotonitáshoz, konvexitáshoz, lokális szélsőértékhez és inflexiós ponthoz. Teljes függvényvizsgálatot végeztünk a 4.204., 4.193. feladatokon. Ezután a L'Hospital szabály átismétlése után megoldottuk a 4.135., 4.134. feladatokat.
- HF: $f(x) = \dfrac{1}{x}$ függvény differenciálhatóságának vizsgálata, 4.62., 4.63., 4.68., 4.79., 4.195., 4.139., 4.147.

5. alkalom (április 26.)

- Határozatlan integrálás: az alapintegrálok és az integrálási módszerek (lineáris helyettesítéses, $\dfrac{f'}{f}$ alakú, $f'f^{\alpha}$ alakú, parciális integrálás, helyettesítéses integrálás, trigonometrikus függvények integrálása) átismétlése után a következő feladatokat oldottuk meg: 5.11., 5.14., 5.4., 5.16., 5.17., 5.18., 5.60., 5.98., 5.109., 5.50.

- Határozott integrálás: a Newton–Leibniz-tétel felelevenítése után megoldottuk az 5.162. feladatot. A normáltartomány területének átismétlése után megoldottuk az 5.179., 5.176., 5.177. A forgástest térfogatának meghatározására példaként kiszámoltuk az m magasságú r alapsugarú kúp térfogatát és az 5.202. feladatot.

- HF: 5.2., 5.3., 5.6., 5.9., 5.10., 5.12., 5.15., 5.19., 5.20., 5.21., 5.22., 5.23., 5.24., 5.51., 5.55., 5.61., 5.64., 5.71., 5.88. (határozatlan integrálás), 5.164., 5.163. (Newton–Leibniz), 5.175., 5.178., 5.189. (normáltartomány), 5.194., 5.195., 5.196. (forgástest).