

Egyváltozós analízis 2018/2019. 2. félév

1. gyakorló feladatsor

1. Legyen $f: [-\frac{1}{2}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x + 1$. Van-e az f függvénynek inverze? Ha igen, adjuk meg az értelmezési tartományával együtt; ha nincs, bizonyítsuk be!
2. Van-e olyan $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ szigorúan monoton növény és $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ szigorúan monoton csökkenő függvény, melyre az $f - g$ függvény szigorúan monoton csökkenő?
3. Definíció szerint (azaz ε -hoz δ -t megadva) igazoljuk az $\frac{x}{x+2}$ függvény folytonosságát az $a = -5$ pontban.
4. Az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényre $f(1) = 0$ és f nem folytonos az 1 pontban. Következik-e ebből, hogy
 - a) van olyan (x_n) sorozat, amelyre $x_n \rightarrow 1$ és $f(x_n) \rightarrow 0$?
 - b) van olyan (x_n) sorozat, amelyre $x_n \rightarrow 1$ és $f(x_n) \not\rightarrow 0$?
5. Határozzuk meg a következő határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{-x} + 3^{-x} + x^2}{2^x + x^6}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3x}\right)^x$$