

Többszörös analízis 2. gyakorlat

5. csoport, szerda 8–10

1. gyakorlat (február 14.)

- A gyakorlaton emlékeztettem arra, hogy hogyan oldunk meg szétválasztható változójú, szétválasztható változójúra visszavezethető és elsőrendű lineáris differenciálegyenleteket. Közösen megoldottuk a kiegészítő feladatsor 1.a), 2.a) és 3.b) feladatait.
- Az előadáson elhangzott alkalmazások felelevenítése után a szöveges feladatok közül a 7. feladatot oldottuk meg.
- HF: 1., 2., 3., 6., 8., 11.

2. gyakorlat (február 21.)

- HF-ok megbeszélése: 11.
- A gyakorlaton emlékeztettem arra, hogy hogyan oldunk meg másodrendű állandó együtthatós lineáris differenciálegyenleteket. Közösen megoldottuk a kiegészítő feladatsor 4.a) és 5.b) feladatait.
- A szöveges feladatok közül a 9. feladatot oldottuk meg.
- HF: 4., 5., 12.

3. gyakorlat (február 28.)

- RöpZH.
- HF-ok megbeszélése: 12.
- A gyakorlaton átviteltük a ponttopológia legfontosabb fogalmait. Közösen megoldottuk a 8.14, 8.15, 8.24, 8.32 (a), (b), (g) feladatokat.
- Elméleti jellegű feladatok, amiken lehet gondolkozni:
 1. Bizonyítsuk be (\mathbb{R}^2 -ben): H korlátos \iff létezik $B(0, R)$, amelynek része $H \iff$ létezik $B(a, r)$, amelynek része $H \iff$ létezik téglalap, amelynek része H .
 2. Bizonyítsuk be: $x \in \text{cl } H \iff x$ minden környezetében van H -beli pont.

3. Van-e \mathbb{R}^2 -ben olyan (nem üres és nem az egész \mathbb{R}^2) halmaz, amely nyílt és zárt is?

4. Bizonyítsuk be: tetszőleges H esetén $\text{cl } H$ zárt.

- HF: 8.4, 8.25, 8.26 és 8.32 (maradék).

4. gyakorlat (március 7.)

- HF-ok megbeszélése: Elméleti jellegű feladatok 1. és 2.
- A gyakorlaton átismételtük a Jordan-mértékkel kapcsolatos legalapvetőbb fogalmakat. Közösen megoldottuk a 9.6, 9.8, 9.15 (a), (b) feladatokat.
- HF: 9.7, 9.16, 9.21 (a), (b), 9.30 és a következő egyéb feladat: Mi a kapcsolat a (P) és (Q) kijelentések között, ha H korlátos halmaz?

(P) : H nullmértékű/mérhető,

(Q) : ∂H nullmértékű/mérhető.

5. gyakorlat (március 14.)

- RöpZH.
- A gyakorlat feladatai:
 1. Bizonyítsuk be, hogy ha H véges halmaz a síkon, akkor nullmértékű.
 2. Bizonyítsuk be, hogy ha H háromszög a síkon, amelynek egyik oldala az x tengellyel párhuzamos, akkor területe a középiskolás képlettel számolható ($\frac{a \cdot m_a}{2}$, ahol az a az x tengellyel párhuzamos alapot jelöli).
 3. Bizonyítsuk be, hogy az $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) egyenletű ellipszis területe πab .
 4. 9.32.
 5. Mérhető-e a $H = \{(x, y) : x = \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}, 0 \leq y \leq 1\}$ halmaz a síkon, és ha igen, mennyi a területe?
 6. Van-e olyan korlátos H halmaz a síkon, amelyre $b(H) = 1$ és $k(H) = 2$?

- Közösen megoldottuk az 1. 2. és 5. feladatokat.
- HF: maradék.

6. gyakorlat (március 21.)

- 1. ZH.

7. gyakorlat (április 4.)

- 1. ZH megbeszélése.
- Közösén megoldottuk a következő feladatokat: határozzuk meg egy R sugarú félgömb térfogatát, 5.202.
- Önálló munka során a kiegészítő feladatsor 11. feladatával foglalkoztunk.
- HF: kiegészítő feladatsor 12., 13., 14. és 9.97.

8. gyakorlat (április 11.)

- RöpZH.
- Közösén megoldottuk a következő feladatokat:

1. Kétváltozós integrál definíció szerint:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ha } (x, y) = (0, 0) \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

az egységnégyzeten.

2. lebontási tétel: 9.62, 9.72.

3. normáltartomány térfogata: 9.89.

- HF:

1. Kétváltozós integrál definíció szerint:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{ha } x = y \\ 0, & \text{különben} \end{cases}$$

az egységnégyzeten.

2. lebontási tétel: 9.65, 9.43 (másik függvénnyel írtam fel).

3. normáltartomány térfogata: 9.86, 9.93.

9. gyakorlat (április 18.)

- RöpZH.
- Átismételtük kétváltozós integrál alkalmazásaként a tömeg és tömegközéppont kiszámítását, megoldottuk a 9.100-as feladatot.
- Heurisztikusan levezettük, hogy hogyan kell kiszámítani a tehetetlenségi nyomatékot (9.110. feladat feletti képlet), ezzel kapcsolatban a 9.110-es feladatot oldottuk meg.

- Polárhelyettesítéssel megoldottuk a 9.94-es feladatot.
- HF: 9.106, 9.112, 9.86 és 9.115 (gondolkodtatós feladat).

10. gyakorlat (április 25.)

- RöpZH.
- HF-ok megbeszélése: 9.86.
- Síkgörbe fogalmának megértése céljából a kiegészítő feladatsor 4.1 a), b) és e) feladatait oldottuk meg.
- Adott halmaz paraméterezését a 4.2 a) és b) feladatokon ismételtük át, továbbá a 4.3 feladat egy részét megoldottuk közösen, HF megadni folytonos paraméterezést (gondolkodtatós feladat).
- Síkgörbe ívhosszát számoltuk ki a 4.4 feladatban.
- HF: 4.1 maradék, 4.2 maradék, 4.6, 4.7, 4.10.

11. gyakorlat (május 2.)

- HF-ok megbeszélése: 4.3, 4.7.
- Közösen megoldottuk a 4.5 és 4.8 feladatokat.